

жение энергоемкости системы, интенсификация и упрощение очистки стоков при требуемой глубине очистки перед сбросом в водоем или подготовки воды для повторного использования. Кроме того, при исключении медленных фильтров значительно сокращаются площади под очистные сооружения, при применении напорных фильтров достигается определенное предотвращение загрязнения не только водной, но и воздушной среды, что позволяет улучшить экологическую обстановку в регионе.

1. Отведение и очистка поверхностных сточных вод / В.С.Дикаревский, А.М.Курганов, А.П.Нечаев, М.И.Алексеев. – Л.: Стройиздат, 1990. – 220 с.

2. Временные рекомендации по проектированию сооружений для очистки поверхностного стока с территорий промышленных предприятий и расчету условий выпуска его в водные объекты / Под. ред. И.Д.Родзиллера. – М.: ВНИИ ВОДГЕО, ВНИИВО, 1983. – 46 с.

3. СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения. – М.: Стройиздат, 1986. – 72 с.

Получено 12.02.2009

УДК 697.14

А.Ф.СТРОЙ, д-р техн. наук, Л.В.ГИРМАН

Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ ЧЕРЕЗ ОГОРОДЖУВАЛЬНУ КОНСТРУКЦІЮ ІЗ ЗАМКНУТИМ ПОВІТРЯНИМ ПРОШАРКОМ

Розроблено математичну модель і наведено приклад розрахунку процесу теплопередачі через огороджувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком. Аналізується характер зміни опору теплопередачі прошарку.

Повітряний прошарок в огороджувальній конструкції будинку є найпоширенішим прийомом зменшення втрат теплоти. При цьому ступінь впливу на втрати теплоти залежить від конструктивних характеристик повітряного прошарку. Розробка математичної моделі дасть можливість теоретично оптимізувати конструктивні характеристики повітряного прошарку.

В класичних роботах по будівельній теплофізиці [1, 2] відсутні достатньо обґрунтовані рекомендації для визначення оптимальних конструктивних характеристик повітряного прошарку. Для замкнутих повітряних прошарків є дані [1, 2] щодо визначення опору теплопередачі залежно від товщини повітряного прошарку. Ці дані одержані на основі експериментальних досліджень.

Розроблена в [3, 4] математична модель базується на спрощеній передумові, що кількість теплоти, яка надходить до замкнутого повіт-

ряного прошарку з боку приміщення, дорівнює кількості теплоти, яка відходить від повітряного прошарку до зовнішнього повітря. Така спрощуюча передумова констатує, що робота, яка виконується за рахунок переміщення повітря в замкнутому повітряному прошарку, дорівнює нулю, тобто цією роботою знехтували. В дійсності, в першому наближенні, таку спрощуючу передумову можна прийняти, оскільки робота, порівняно з кількістю підведеної до прошарку теплоти і відведеної від прошарку, досить незначна. Але в цьому випадку, тобто при прийнятій спрощуючій передумові, досить складно визначити оптимальні конструктивні характеристики повітряного прошарку (оптимальну висоту і товщину замкнутого повітряного прошарку, й інші конструктивні характеристики).

Мета роботи – розробити математичну модель процесу теплопередачі через огорожувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком, яка б враховувала роботу по переміщенню повітря в прошарку і дала можливість визначити оптимальні конструктивні характеристики повітряного прошарку.

В роботах [3, 4] розглядався стаціонарний процес теплопередачі через огорожувальну конструкцію і приймалася спрощуюча передумова, що кількість тепла, яка приходить до повітряного прошарку дорівнює кількості тепла, яка відходить.

Згідно з першим законом термодинаміки, кількість теплоти, яка надходить до повітряного прошарку, точніше до 1 м^3 повітря, в повітряному прошарку витрачається на роботу по переміщенню повітря в замкнутому повітряному прошарку, плюс кількість теплоти, яка відводиться від кожного кубометра повітря в повітряному прошарку. Тобто можна записати рівняння

$$q_1 = l + q_2, \quad (1)$$

де q_1 – кількість теплоти, що надходить до повітря в повітряному прошарку, Дж/м^3 ; l – робота по переміщенню повітря в повітряному прошарку, Дж/м^3 ; q_2 – кількість теплоти, яка відводиться від повітря в повітряному прошарку, Дж/м^3 .

Розділимо праву і ліву частини рівняння (1) на проміжок часу $\tau = 1 \text{ с}$, одержимо

$$\frac{q_1}{\tau} = \frac{l}{\tau} + \frac{q_2}{\tau} \quad (2)$$

або

$$q_{1V} = l / \tau + q_{2V}, \quad (3)$$

де q_{IV} – теплова потужність, яка надходить до повітря в повітряному прошарку, віднесена до 1 м^3 повітря в цьому прошарку (тепловий потік), Вт/м^3 ; $\frac{l}{\tau}$ – теплова потужність, яка витрачається на переміщення

1 м^3 повітря в повітряному прошарку (тепловий потік), Вт/м^3 ; q_{2V} – теплова потужність, яку втрачає повітря в повітряному прошарку, віднесена до 1 м^3 (тепловий потік), Вт/м^3 .

Щоб встановити співвідношення між тепловою потужністю віднесеною до 1 м^3 повітря в повітряному прошарку і тепловою потужністю, яка надходить до повітря з 1 м^2 поверхні повітряного прошарку, розглянемо наступні вирази.

Відомо, що

$$q_{IV} = \frac{Q_1}{V}, \quad (4)$$

де Q_1 – кількість теплоти, що надходить за 1 с до повітря в повітряному прошарку, Вт ; V – об'єм повітряного прошарку, $V = h \cdot \delta \cdot 1, \text{ м}^3$.

З іншого боку,

$$q_{1, \text{м}^2} = \frac{Q_1}{F}, \quad (5)$$

де F – площа поверхні 1 повітряного прошарку, $F = h \cdot 1, \text{ м}^2$ (рисунк).

Визначимо з рівнянь (4) і (5) значення Q_1 . З рівняння (4):

$$Q_1 = q_{IV} \cdot V = q_{IV} \cdot h \cdot \delta \cdot 1. \quad (6)$$

З рівняння (5):

$$Q_1 = q_{1, \text{м}^2} \cdot F = q_{1, \text{м}^2} \cdot h \cdot 1. \quad (7)$$

Порівняємо праві частини рівнянь (6) і (7), одержимо:

$$q_{IV} \cdot h \cdot \delta \cdot 1 = q_{1, \text{м}^2} \cdot h \cdot 1, \quad (8)$$

або

$$q_{IV} = \frac{q_{1, \text{м}^2}}{\delta}. \quad (9)$$

У рівнянні (8) h і δ – відповідно висота і товщина повітряного прошарку, м .

З урахуванням виразу (9) рівняння (3) можна переписати у вигляді:

$$\frac{q_{1,м^2}}{\delta} = \frac{l}{\tau} + \frac{q_{2,м^2}}{\delta}, \quad (10)$$

де $q_{1,м^2}$ – тепловий потік, що надходить до повітря з 1 м² поверхні 1 повітряного прошарку, Вт/м²; $q_{2,м^2}$ – тепловий потік, що надходить від повітря в повітряного прошарку до поверхні 2, Вт/м².

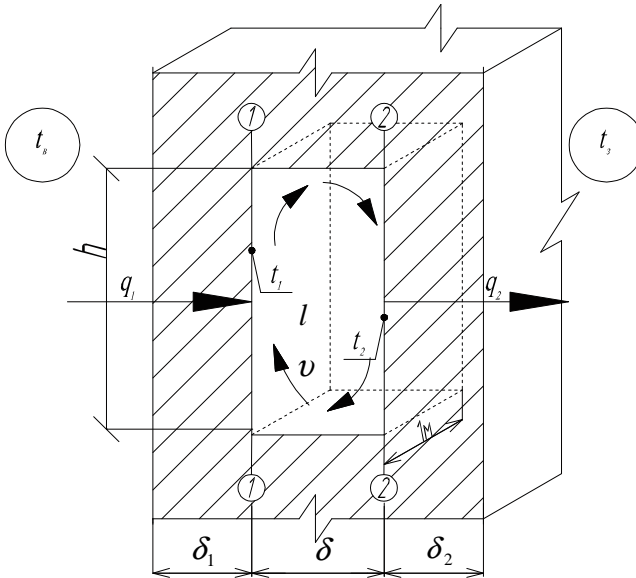


Схема огорожувальної конструкції із замкненим повітряним прошарком:
1-1, 2-2 – відповідно поверхня 1 та 2 повітряного прошарку; $t_в$ – температура внутрішнього повітря; $t_с$ – температура зовнішнього повітря; $t_в > t_с$; t_1, t_2 – температура поверхні 1 та 2 повітряного прошарку; h – висота прошарку; $\delta, \delta_1, \delta_2$ – відповідно товщини повітряного прошарку та товщини огорожуючих стінок; v – швидкість руху повітря в прошарку.

Теплові потоки $q_{1,м^2}$ і $q_{2,м^2}$ можна виразити через параметри за допомогою рівнянь:

$$q_{1,м^2} = \alpha_{k1}(t_1 - t_{cp}), \quad (11)$$

$$q_{2,м^2} = \alpha_{k2}(t_{cp} - t_2). \quad (12)$$

В цих рівняннях α_{k1} і α_{k2} – відповідно коефіцієнти теплообміну біля поверхні 1 та 2 повітряного прошарку, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$; t_1, t_2 – температура поверхні 1 та поверхні 2, $^\circ\text{C}$; t_{cp} – середня температура повітря в повітряному прошарку, $^\circ\text{C}$.

З урахуванням рівнянь (11) і (12) рівняння (10), що характеризує перший закон термодинаміки, можна записати у вигляді:

$$\frac{\alpha_{k1}(t_1 - t_{cp})}{\delta} = \frac{l}{\tau} + \frac{\alpha_{k2}(t_{cp} - t_2)}{\delta}. \quad (13)$$

Робота по переміщенню повітря в повітряному прошарку дорівнює втратам тиску:

$$l = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp}, \quad (14)$$

де λ_T – коефіцієнт тертя, залежить від режиму руху повітря й шорсткості поверхні; h – висота повітряного прошарку, м; $d_{екв}$ – еквівалентний діаметр повітряного прошарку, $d_{екв} = \frac{4\left(\frac{\delta}{2} \cdot 1\right)}{2\left(\frac{\delta}{2} + 1\right)}$, м; $\sum \xi$ – су-

ма коефіцієнтів місцевих опорів, у нашому випадку, відповідно до рисунку, місцевими опорами є чотири повороти повітря на 90° ; v – швидкість переміщення повітря в повітряному прошарку, м/с; ρ_{cp} – густина повітря при середній температурі повітря в повітряному прошарку.

Проаналізуємо розмірність правої і лівої частин рівняння (14). Ліва частина має розмірність $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right]$, права – $[\text{Па}]$.

$$\text{Па} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н} \times \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Рівність правої і лівої частини рівняння (14) співпадає.

Враховуючи, що $\tau = 1$ с, а також рівняння (14), запишемо рівняння (13) у вигляді:

$$\frac{\alpha_{k1}(t_1 - t_{cp})}{\delta} = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{екв}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp} + \frac{\alpha_{k2}(t_{cp} - t_2)}{\delta}. \quad (15)$$

Рівняння (15) характеризує втрати тиску за $1 \text{ с} \left[\frac{\text{Па}}{\text{с}} \right]$ у повітряному прошарку за рахунок різниці конвективних теплових потоків у поверхнях 1 і 2. Щоб визначити втрати тиску за допомогою рівняння (15), необхідно, перш за все, визначити температури t_1 , t_2 і t_{cp} . Для визначення цих температур розглянемо тепловий баланс поверхні 1 повітряного прошарку, поверхні 2 і загальний тепловий баланс огорожувальної конструкції.

Тепловий баланс першої поверхні характеризується рівнянням

$$k_e(t_e - t_1) = \alpha_{k_1}(t_1 - t_{cp}) + \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2). \quad (16)$$

Тепловий баланс другої поверхні –

$$k_n(t_2 - t_n) = \alpha_{k_2}(t_{cp} - t_2) + \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2), \quad (17)$$

де k_e , k_n – відповідно коефіцієнт теплопередачі від повітря в приміщенні до поверхні 1-1 і від поверхні 2-2 до зовнішнього повітря. Їх можна визначити за допомогою формул:

$$k_e = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_e} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}}, \quad k_n = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_n} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} \quad \left| \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \right|.$$

У цих формулах α_e , α_n – відповідно коефіцієнти теплообміну біля внутрішньої та зовнішньої поверхонь огорожувальної конструкції,

$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$; δ_1 , δ_2 – товщини шарів огороження, м (рисунок); λ_1 , λ_2 –

розрахункові коефіцієнти теплопровідності матеріалу шарів, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$;

У рівняннях (16) і (17) α_{λ} – це коефіцієнт променевого теплообміну, який можна визначити за залежністю

$$\alpha_{\lambda} = \frac{c_0 \cdot \varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273 + t_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_2}{100} \right)^4 \right]}{t_1 - t_2},$$

де c_0 – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла,

$c_0 = 5,77 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}^4}$; ε_{np} – приведений ступінь чорноти.

Рівняння, яке характеризує загальний тепловий баланс огорожувальної конструкції, можна одержати, якщо в рівняння (15) підставити значення виразів

$$\alpha_{k1}(t_1 - t_{cp}) = k_{\theta}(t_{\theta} - t_1) - \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2),$$

і

$$\alpha_{k2}(t_{cp} - t_2) = k_{\eta}(t_2 - t_3) - \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2),$$

визначених відповідно до рівнянь (16) і (17).

Після підстановки одержимо:

$$\frac{k_{\theta}(t_{\theta} - t_1)}{\delta} - \frac{\alpha_{\lambda}(t_1 - t_2)}{\delta} = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{\text{екв}}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp} + \frac{k_{\eta}(t_2 - t_3)}{\delta} - \frac{\alpha_{\lambda}(t_1 - t_2)}{\delta}.$$

Після скорочення маємо рівняння, яке характеризує загальний тепловий баланс огорожувальної конструкції:

$$\frac{k_{\theta}(t_{\theta} - t_1)}{\delta} = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{\text{екв}}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp} + \frac{k_{\eta}(t_2 - t_3)}{\delta}. \quad (18)$$

Рівняння (15)-(18) складають систему рівнянь, тобто математичну модель процесу теплопередачі через огорожувальну конструкцію із замкнутим повітряним прошарком. Ця математична модель має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\alpha_{k1}(t_1 - t_{cp})}{\delta} = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{\text{екв}}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp} + \frac{\alpha_{k2}(t_{cp} - t_2)}{\delta}, \\ k_{\theta}(t_{\theta} - t_1) = \alpha_{k1}(t_1 - t_{cp}) + \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2), \\ k_{\eta}(t_2 - t_3) = \alpha_{k2}(t_{cp} - t_2) + \alpha_{\lambda}(t_1 - t_2), \\ \frac{k_{\theta}(t_{\theta} - t_1)}{\delta} = \left(\lambda_T \frac{2h}{d_{\text{екв}}} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2} \rho_{cp} + \frac{k_{\eta}(t_2 - t_3)}{\delta}. \end{cases} \quad (19)$$

Математична модель характеризує стаціонарний процес теплопередачі у випадку, коли зміна внутрішньої енергії повітря в повітряному прошарку дорівнює нулю, тобто середня температура повітря в повітряному прошарку не змінюється. Проаналізуємо розроблену математичну модель. Якщо прийняти спрощуючу передумову, що робота по переміщенню повітря дорівнює нулю, то система рівнянь (19) трансформується в більш спрощену систему рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_{k_1} (t_1 - t_{cp}) = \alpha_{k_2} (t_{cp} - t_2), \\ k_e (t_e - t_1) = \alpha_{k_1} (t_1 - t_{cp}) + \alpha_n (t_1 - t_2), \\ k_n (t_2 - t_n) = \alpha_{k_2} (t_{cp} - t_1) + \alpha_n (t_1 - t_2). \end{cases} \quad (20)$$

Ця система складається з рівнянь теплового балансу повітря в прошарку та рівнянь теплового балансу поверхні 1 і поверхні 2, і має три невідомих параметра t_{cp} , t_1 і t_2 .

Очевидно, вирішення математичної моделі (19) слід розпочинати з вирішення системи рівнянь (20), щоб зорієнтуватися, в якому діапазоні знаходиться середня температура повітря, а також температура на поверхні 1 і на поверхні 2 в повітряному прошарку. Для вирішення системи рівнянь (20) з першого рівняння системи визначимо середню температуру повітря в повітряному прошарку

$$t_{cp} = \frac{\alpha_{k_1} t_1 + \alpha_{k_2} t_2}{\alpha_{k_1} + \alpha_{k_2}}$$

і підставимо це значення в два інших рівняння. Одержимо два рівняння з двома невідомими t_1 і t_2 . Вирішити таку систему рівнянь можна методом ітерації або графоаналітичним методом.

Як приклад був виконаний розрахунок процесу теплопередачі через огорожувальну конструкцію, яка розглядалась у роботах [3, 4]. Ця конструкція складається з цегляної кладки з повітряним прошарком, товщина цегляної кладки з боку зовнішнього повітря – 120 мм, а з боку приміщення – 250 мм, коефіцієнт теплопровідності цегляної кладки становить $\lambda = 0,77 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$. Товщина прошарку $\delta_{en} = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}$.

Коефіцієнти теплообміну біля внутрішньої та зовнішньої поверхонь огорожувальної конструкції відповідно дорівнюють $\alpha_e = 8,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$,

$\alpha_n = 23 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$. Коефіцієнт теплопередачі від повітря в приміщенні

до поверхні 1-1, становить $k_e = 2,275 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$, коефіцієнт від поверхні

2-2 до зовнішнього повітря – $k_n = 5,017 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$. Загальний коефіцієнт

теплопередачі з урахуванням опору повітряного прошарку, який орієн-

товно прийнятий $R_{\epsilon.n.} = 0,13 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ дорівнює $k_0 = 1,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$.

Температура зовнішнього повітря становить $t_n = -23 ^\circ\text{C}$, внутрішнього, тобто температура в приміщенні $t_{\epsilon} = 18 ^\circ\text{C}$.

У результаті розрахунку математичної моделі (20), за допомогою програми Mathcad, визначена середня температура повітря в прошарку, а також температури t_1 і t_2 . Одержано такі дані: середня температура повітря в повітряному прошарку $t_{cp} = -8,31 ^\circ\text{C}$; температура на поверхні 1 $t_1 = -3,254 ^\circ\text{C}$; температура на поверхні 2 $t_2 = -13,364 ^\circ\text{C}$.

У цьому випадку також визначений променевий тепловий потік у повітряному прошарку, який становить $q_{1.m^2}^{np} = \alpha_n(t_1 - t_2) = 37,66 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$,

конвективний $q_{1.m^2}^k = \alpha_{k1}(t_1 - t_{cp}) = 1,3(t_1 - t_{cp})^{1,3} = 0,688 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, а також за-

гальний тепловий потік $q_{1.m^2} = q_{1.m^2}^{np} + q_{1.m^2}^k = 48,348 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Опір теплопередачі повітряного прошарку відрізняється від даних, наведених в [1,

2] ($R_{\epsilon.n} = 0,16 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ і $R_{\epsilon.n} = 0,175 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$) і становить

$$R_{\epsilon.n} = 0,209 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}.$$

Таким чином, результати розрахунку свідчать, що розроблена математична модель дає можливість визначити опір теплопередачі повітряного прошарку залежно від конструктивних характеристик цього прошарку і при різних температурах зовнішнього повітря, а також проаналізувати процес теплопередачі через огорожувальну конструкцію.

1.Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. – М.: Стройиздат, 1973. – 287 с.

2.Богословский В.Н. Строительная теплофизика. – М.: Высш. шк., 1982. – 415 с.

3.Строй А.Ф., Гирман Л.В. Діапазон оптимізації теплотехнічних характеристик огорожувальних конструкцій за допомогою повітряних прошарків // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн.сб. Вып.76. – К.: Техніка, 2007. – С.247-250.

4.Строй А.Ф., Гирман Л.В. Розрахунок замкнутих повітряних прошарків в огорожувальних конструкціях // Теорія і практика будівництва: 36. статей. Вип.600. – Львів: Нац. ун-т "Львівська політехніка", 2007. – С.297-301.

Отримано 12.01.2009